5ª LISTA DE MECÂNICA QUÂNTICA II
(2012-1)

1. Considere duas partículas idênticas, de massa m , confinadas em um poço quadrado de largura a :

$$V(x_1, x_2) = \begin{cases} 0 & 0 < x_1 < a \text{ e } 0 < x_2 < a \\ \infty & x_1, x_2 \leq 0 \text{ ou } x_1, x_2 \geq a. \end{cases}$$

Supondo que o estado de spin das partículas é simétrico:

- (a) Construa as funções de onda dos dois primeiros níveis de energia de bósons e férmions, partindo das funções de onda de uma partícula:

$$\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \operatorname{sen} \left(\frac{n\pi x}{a} \right).$$

- (b) Determine as energias permitidas a bósons e férmions.
(c) Suponha que as partículas sejam levemente perturbadas por uma interação mútua do tipo

$$V'(x_1, x_2) = \frac{1}{2} m\Omega^2 (x_1 - x_2)^2.$$

($\hbar\Omega \ll \hbar^2\pi^2/2ma^2$). Determine a correção na energia do estado fundamental de férmions e bósons em primeira ordem da teoria de perturbação.

- (d) Determine a correção na energia do primeiro estado excitado de bósons e compare com o resultado do item anterior para férmions. Discuta fisicamente a diferença entre os dois resultados.

2. Considere três partículas idênticas em um poço quadrado infinito de largura a , com energia total igual a $363 \pi^2 \hbar^2 / (2ma^2)$.

- (a) Construa a função de onda completamente antissimétrica de três férmions idênticos, um no estado $|\varphi_5\rangle$, outro no $|\varphi_7\rangle$ e outro no $|\varphi_{17}\rangle$.
(b) Construa a função de onda completamente simétrica de três bósons idênticos, se:
(i) os três encontram-se no estado $|\varphi_{11}\rangle$;
(ii) dois encontram-se no estado $|\varphi_1\rangle$ e o outro no $|\varphi_{19}\rangle$;
(iii) um encontra-se no estado $|\varphi_5\rangle$, outro no $|\varphi_7\rangle$ e outro no $|\varphi_{17}\rangle$.

3. A função de onda normalizada de um sistema composto por dois férmions idênticos, de spin $3/2$, é dada por

$$\psi(x_1, x_2) = N(x_1 + x_2) e^{-(x_1^2 + x_2^2)/2\sigma},$$

onde N e σ são constantes. Determine os possíveis resultados de uma medida do spin total do sistema.

4. Duas partículas idênticas encontram-se sob a ação de um potencial harmônico com hamiltoniano $H = \hbar\omega (a_1^\dagger a_1 + a_2^\dagger a_2 + 1)$. O sistema é afetado por uma perturbação do tipo $V = ig(a_1^\dagger a_2 - a_2^\dagger a_1)$. Determine a correção de primeira ordem dos dois primeiros níveis de energia de:

- (a) Partículas distinguíveis,
- (b) Bósons,
- (c) Férmions.